Kapitola 2: **ODR 1. ŘÁDU**

2.5 Lineární ODR 1. řádu

$$\boxed{y' = a(x)y + b(x)}$$

Příklady:

A. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice:

1. $y' = x^4 - \frac{4}{x}y$ — $[y = \frac{x^5}{9} + \frac{C}{x^4}]$
2. $xy' - 5y = x^2$ — $[y = Cx^5 - \frac{x^2}{3}]$
3. $x^2y' + xy + 1 = 0$ — $[y = \frac{1}{x}(C - \ln|x|)]$
4. $y' + y = 1 - x^2$ — $[y = Ce^{-x} - x^2 + 2x - 1]$
5. $y' + 2y = 5\mathrm{e}^{-2x}$ — $[y = (5x + C)\mathrm{e}^{-2x}]$
6. $y' - 2y = 2\cos x$ — $[y = C\mathrm{e}^{2x} - \frac{4}{5}\cos x + \frac{2}{5}\sin x]$
7. $y' + \frac{1}{x+1}y = \sin x$ — $[y = \frac{\sin x - (x+1)\cos x + C}{x+1}]$
8. $x^2y' + 3xy - \cos x = 0$ — $[y = \frac{x\sin x + \cos x + C}{x^3}]$
9. $y' + 3x^2y - x^4\mathrm{e}^{-x^3} = 0$ — $[y = \left(\frac{x^5}{5} + C\right)\mathrm{e}^{-x^3}]$
10. $xy' + 2xy - x^2\mathrm{e}^{x} = 0$ — $[y = \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{9}\right)\mathrm{e}^{x} + C\mathrm{e}^{-2x}]$
11. $y' + 2xy = x\mathrm{e}^{-x^2}$ — $[y = \mathrm{e}^{-x^2}(C + \frac{x^2}{2})]$
12. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$ — $[y = (C + x)(1 + x^2)]$

Poznámka: Ve všech uvedených výsledcích je $C \in \mathbb{R}$.

B. Řešte počáteční úlohu:

1. $xy' + 2y - x^2 = 0,\ y(1) = 0$ — $[y_p = \frac{1}{4}(x^2 - \frac{1}{x^2})]$
2. $y' + 2xy - 2x^3 = 0,\ y(0) = 1$ — $[y_p = 2\mathrm{e}^{-x^2} + x^2 - 1]$
3. $y'\cos x + y\sin x = 1, y(0) = 1$ — $[y_p = \cos x + \sin x]$
4. $x^2y' - 2xy = -3,\ y(-1) = 1$ — $[y_p = 2x^2 + \frac{1}{x}]$
5. $y' + y = \sin x,\ y(\pi) = 1$ — $[y_p = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\pi - x} + \sin x - \cos x)]$

Jana Řezníčková
reznickova@fai.utb.cz