

Zapište oblast pomocí nerovností

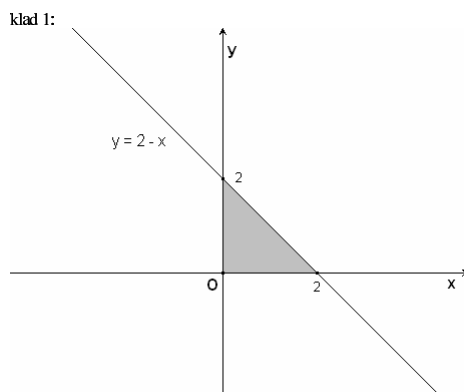
1. Trojúhelník zadaný body $[0, 0]$, $[0, 2]$, $[2, 0]$

Přímka spojující body $[0, 0]$, $[0, 2]$: $y = 0$

Přímka spojující body $[0, 0]$, $[2, 0]$: $x = 0$

Přímka spojující body $[0, 2]$, $[2, 0]$: $y = 2 - x$

$$\begin{aligned} 0 &\leq x \leq 2 \\ 0 &\leq y \leq 2 - x \end{aligned} \quad \text{nebo} \quad \begin{aligned} 0 &\leq y \leq 2 \\ 0 &\leq x \leq 2 - y \end{aligned}$$



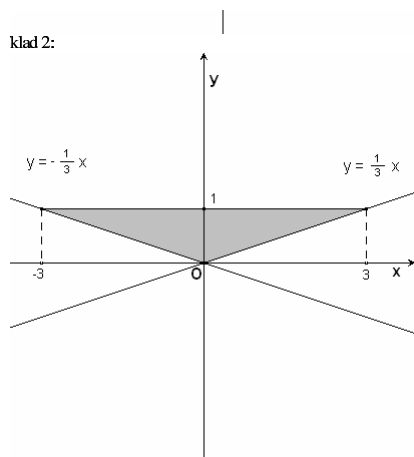
2. Trojúhelník zadaný body $[0, 0]$, $[3, 1]$, $[-3, 1]$

Přímka spojující body $[0, 0]$, $[3, 1]$: $y = \frac{1}{3}x \Rightarrow x = 3y$

Přímka spojující body $[0, 0]$, $[-3, 1]$: $y = -\frac{1}{3}x \Rightarrow x = -3y$

Přímka spojující body $[3, 1]$, $[-3, 1]$: $y = 1$

$$\begin{aligned} 0 &\leq y \leq 1 \\ -3y &\leq x \leq 3y \end{aligned}$$



3. Lichoběžník zadaný body $[0, 0]$, $[1, 0]$, $[1, 2]$, $[0, 1]$

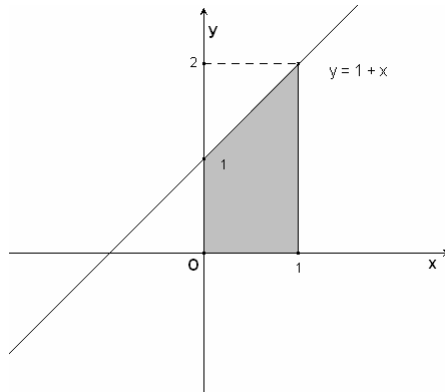
Přímka spojující body $[0, 0]$, $[1, 0]$: $y = 0$

Přímka spojující body $[0, 0]$, $[0, 1]$: $x = 0$

Přímka spojující body $[1, 0]$, $[1, 2]$: $x = 1$

Přímka spojující body $[1, 2]$, $[0, 1]$: $y = 1 + x$

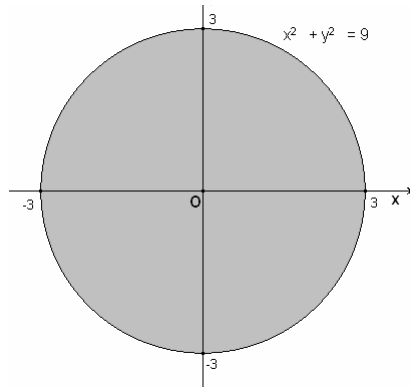
$$\begin{aligned} 0 &\leq x \leq 1 \\ 0 &\leq y \leq 1 + x \end{aligned}$$



4. Kruh $x^2 + y^2 \leq 9$

Kružnice: $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 9 - x^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{9 - x^2}$

$$\begin{aligned} -3 &\leq x \leq 3 \\ -\sqrt{9 - x^2} &\leq y \leq \sqrt{9 - x^2} \end{aligned}$$



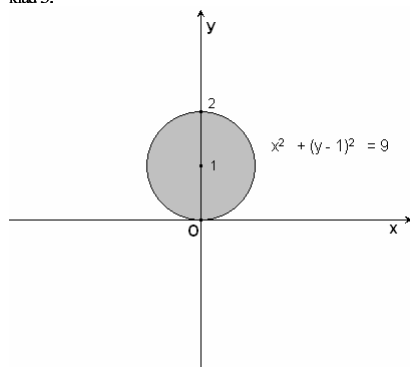
5. Kruh $x^2 + y^2 \leq 2y$

Úpravou na čtverec dostaneme kruh $x^2 + (y - 1)^2 \leq 1$.

Kružnice: $x^2 + (y - 1)^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1 - (y - 1)^2}$

$$\begin{aligned} 0 &\leq y \leq 2 \\ -\sqrt{1 - (y - 1)^2} &\leq x \leq \sqrt{1 - (y - 1)^2} \end{aligned}$$

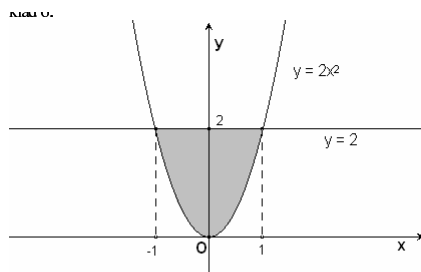
klad 5:



6. Parabolická úseč: $y = 2x^2, y = 2$

Prusečíky: $2 = 2x^2 \Rightarrow 1 = x^2 \Rightarrow x = \pm 1$

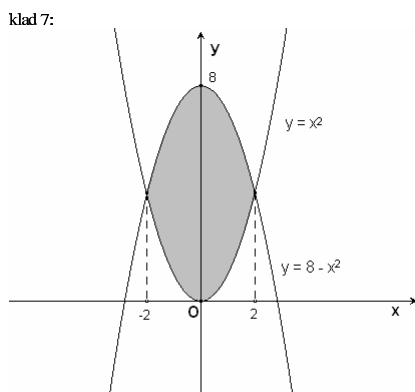
$$\begin{aligned} -1 &\leq x \leq 1 \\ 2x^2 &\leq y \leq 2 \end{aligned}$$



7. Oblast ohraničená křivkami $y = x^2, y = 8 - x^2$

Prusečíky: $x^2 = 8 - x^2 \Rightarrow 8 = 2x^2 \Rightarrow x = \pm 2$

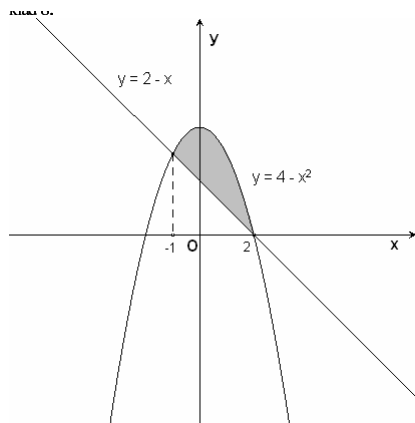
$$\begin{aligned} -2 &\leq x \leq 2 \\ x^2 &\leq y \leq 8 - x^2 \end{aligned}$$



8. Oblast ohraničená křivkami $x + y - 2 = 0, y = 4 - x^2$

Prusečíky: $2 - x = 4 - x^2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -1$

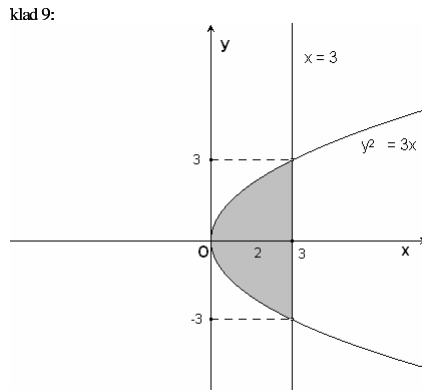
$$\begin{aligned} -1 &\leq x \leq 2 \\ 2 - x &\leq y \leq 4 - x^2 \end{aligned}$$



9. Oblast ohraničená křivkami $x = 3, y^2 = 3x$

Prusečíky: $y^2 = 3 \cdot 3 \Rightarrow y = \pm 3$

$$\begin{aligned} -3 &\leq y \leq 3 \\ \frac{y^2}{3} &\leq x \leq 3 \end{aligned}$$



Zapište oblast pomocí nerovností v polárních souřadnicích $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$.

1. Kruh $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{9}$

Dosadíme: $r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi = r^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = r^2 \leq \frac{1}{9}$

$$\begin{aligned} 0 &\leq r \leq \frac{1}{3} \\ 0 &\leq \varphi \leq 2\pi \end{aligned}$$

2. Kruh $x^2 + y^2 \leq x$

Úpravou na čtverec: $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$

Dosadíme do původní nerovnosti: $r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi = r^2 \leq r \cos \varphi \Rightarrow r \leq \cos \varphi$

$$\begin{aligned} 0 &\leq r \leq \cos \varphi \\ -\frac{\pi}{2} &\leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

3. Mezikruží $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$

$1 \leq r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi = r^2 \leq 4 \Rightarrow 1 \leq r \leq 2$

$$\begin{aligned} 1 &\leq r \leq 2 \\ 0 &\leq \varphi \leq 2\pi \end{aligned}$$

Zaměňte pořadí integrace

1.

$$\int_0^2 \int_x^{2x} f(x, y) dy dx = \int_2^4 \int_{\frac{y}{2}}^{y^2} f(x, y) dx dy$$

2.

$$\int_{-6}^2 \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy dx = \int_{-1}^0 \int_{-2\sqrt{1+y}}^{2\sqrt{1+y}} f(x, y) dx dy + \int_0^8 \int_{-2\sqrt{1+y}}^{2-y} f(x, y) dx dy$$

3.

$$\int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy dx = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^{3\sqrt{y}} f(x, y) dx dy$$

4.

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy dx = \int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy + \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy$$