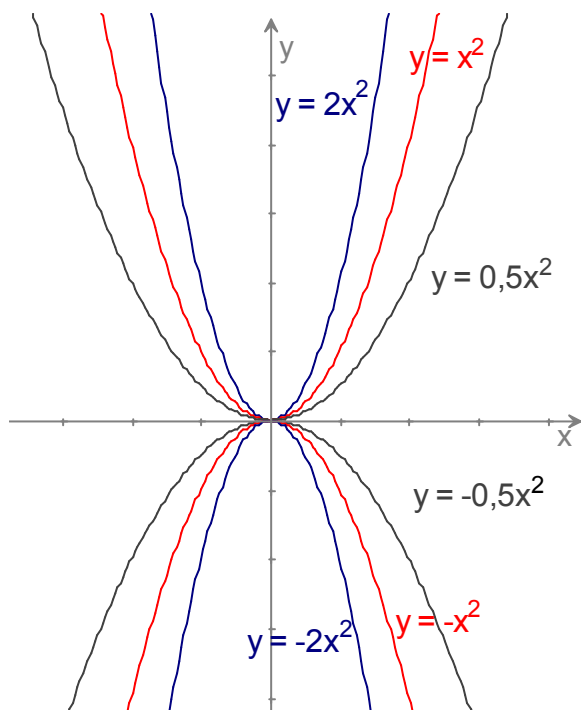


## Funkce a jejich vlastnosti

1. Sestrojte grafy kvadratických funkcí do téhož obrázku:

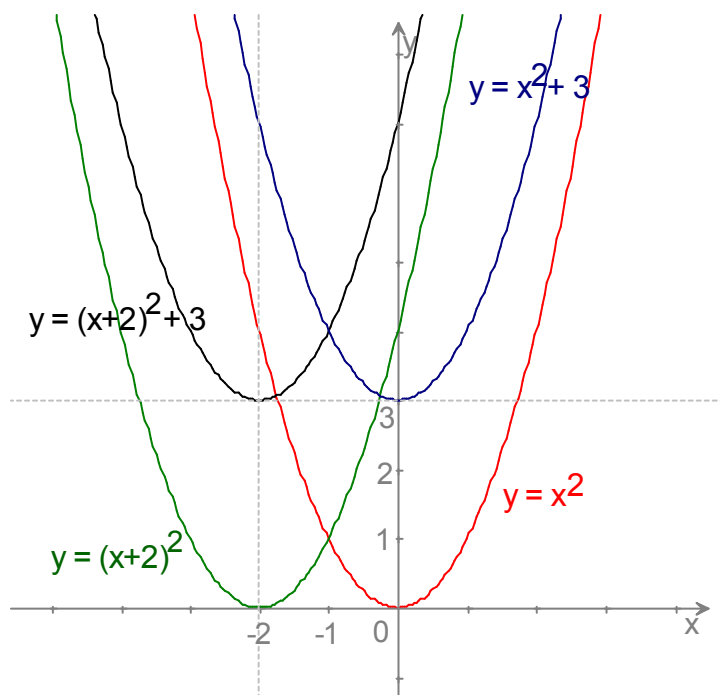
$$f_1 : y = x^2, \quad f_2 : y = 2x^2, \quad f_3 : y = \frac{1}{2}x^2, \quad f_4 : y = -x^2, \quad f_5 : y = -2x^2,$$

$$f_6 : y = -\frac{1}{2}x^2$$



2. Sestrojte grafy kvadratických funkcí do téhož obrázku:

$$g_1 : y = x^2, \quad g_2 : y = x^2 + 3, \quad g_3 : y = (x+2)^2, \quad g_4 : y = (x+2)^2 + 3$$



**Grafy funkcí postupně sestavujeme posunutím grafu funkce  $g_1 : y = x^2$ .**

$g_1 : y = x^2$  - grafem je parabola  $g_1$  s vrcholem  $V_1[0,0]$ .

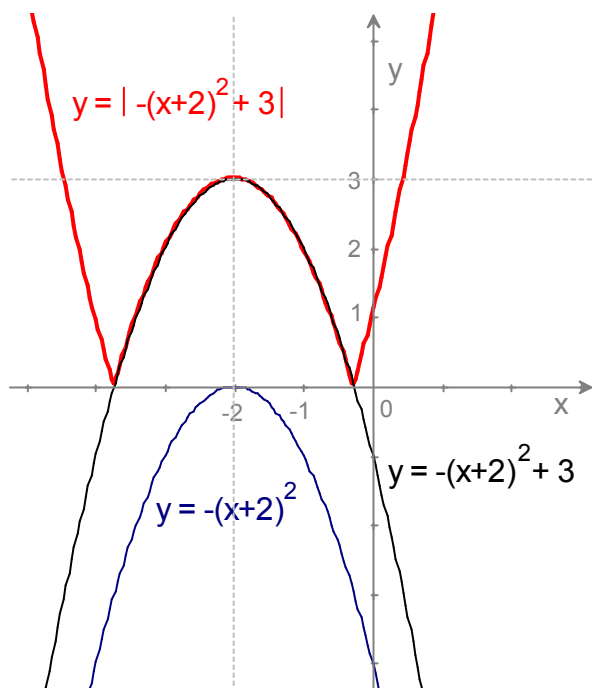
$g_2 : y = x^2 + 3$  - parabolu  $g_1$  posuneme o tři jednotky délky ve směru kladné poloosy  $y$ , grafem je parabola  $g_2$  s vrcholem  $V_2[0,3]$ .

$g_3 : y = (x+2)^2$  - parabolu  $g_1$  posuneme o dvě jednotky délky ve směru záporné poloosy  $x$ , grafem je parabola  $g_3$  s vrcholem  $V_3[-2,0]$ .

$g_4 : y = (x+2)^2 + 3$  - parabolu  $g_1$  posuneme o tři jednotky délky ve směru kladné poloosy  $y$  a o dvě jednotky délky ve směru záporné poloosy  $x$ , grafem je parabola  $g_4$  s vrcholem  $V_4[-2,3]$ .

3. Sestrojte grafy kvadratických funkcí do téhož obrázku:

$$h_1 : y = -(x+2)^2, \quad h_2 : y = -(x+2)^2 + 3, \quad h_3 : y = |-(x+2)^2 + 3|$$



Při sestrování grafů využijeme výsledků z předchozího příkladu.

$h_1 : y = -(x+2)^2$  - hodnoty funkce  $h_1$  jsou opačné k hodnotám funkce  $g_3$ .

$h_2 : y = -(x+2)^2 + 3$  - hodnoty funkce  $h_2$  jsou opačné k hodnotám funkce  $g_4$ .

$h_3 : y = |-(x+2)^2 + 3|$  - z předpisu funkce  $h_3$  je vidět, že všechny její hodnoty  $y$  jsou nezáporná čísla.

4. Sestrojte grafy kvadratických funkcí:

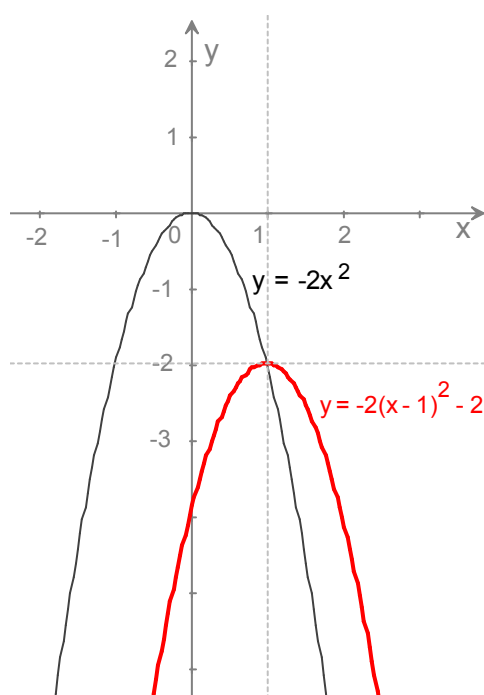
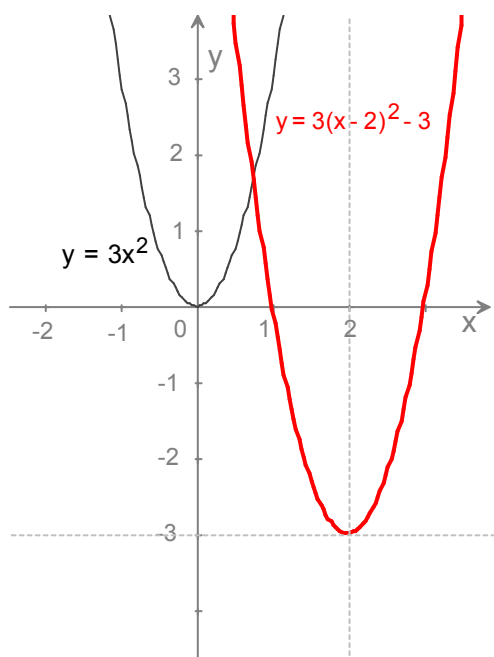
$$i_1 : y = 3x^2 - 12x + 9, \quad i_2 : y = -2x^2 + 4x - 4$$

**Řešení:** Funkční předpis kvadratické funkce  $i_1$  doplníme na „úplný čtverec“:

$$y = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 4) - 3 = 3(x-2)^2 - 3$$

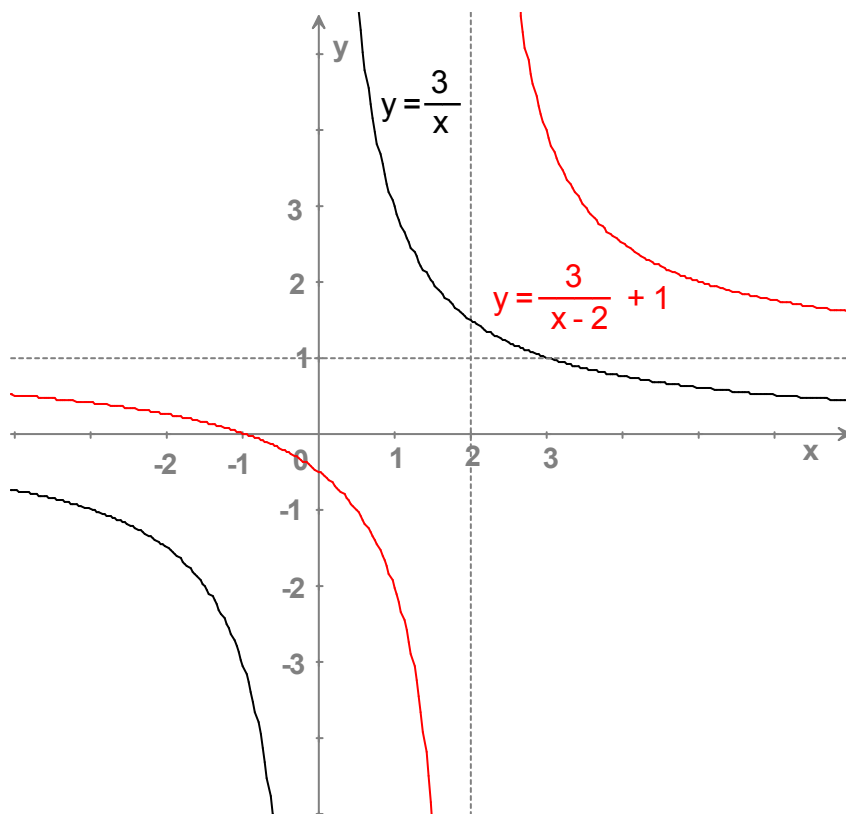
Po této úpravě sestrojíme graf posunutím jako v předchozích příkladech.

$$\text{Analogicky řešíme graf } i_2 : y = -2x^2 + 4x - 4 = -2(x^2 - 2x + 1) - 2 = -2(x-1)^2 - 2$$



5. Sestrojte grafy funkcí:

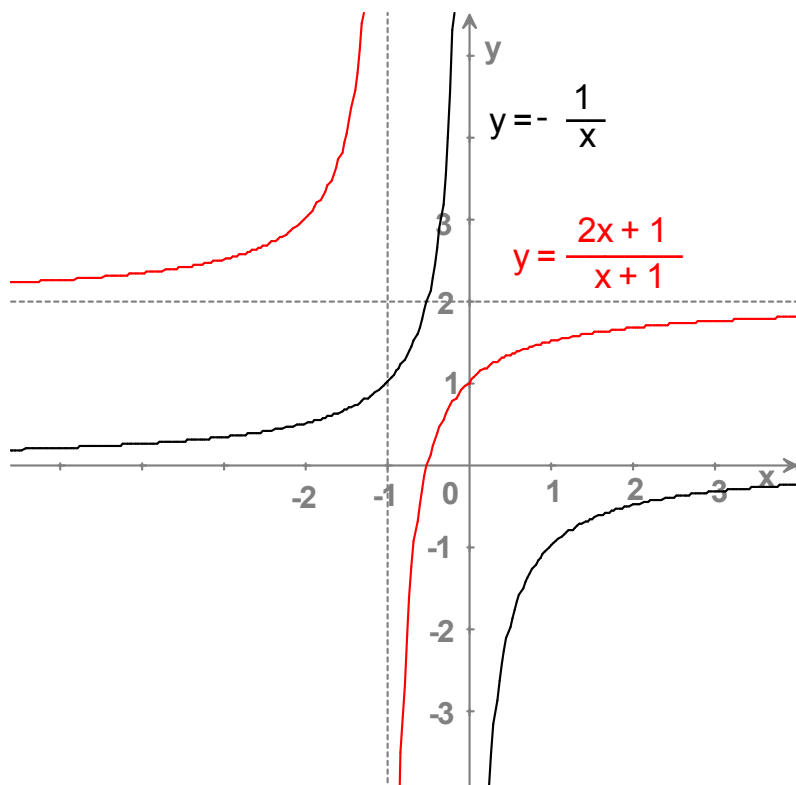
$$j_1 : y = \frac{3}{x}, \quad j_2 : y = \frac{3}{x-2} + 1, \quad j_3 : y = \frac{2x+1}{x+1}$$



Grafem funkce  $j_1 : y = \frac{3}{x}$  je rovnoosá hyperbola se středem  $S[0;0]$ .

Graf funkce  $j_2 : y = \frac{3}{x-2} + 1$  dostaneme posunutím grafu funkce  $j_1 : y = \frac{3}{x}$  o dvě jednotky ve směru kladné poloosy  $x$  a o jednu jednotku ve směru kladné poloosy  $y$ .

Střed hledané hyperboly má tedy souřadnice  $S'[2;1]$ .



Definiční obor funkce je  $D_{j_3} = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Předpis funkce upravíme na tvar

$$y = \frac{k}{x-m} + n.$$

$$(2x+1) : (x+1) = 2 + \frac{-1}{x+1} =$$

$$\frac{-(2x+2)}{-1} = -\frac{1}{x+1} + 2$$

Rovnice funkce má tvar

$$j_3 : y = -\frac{1}{x+1} + 2.$$

Graf této funkce dostaneme posunutím

$$\text{grafu } j : y = -\frac{1}{x} \text{ o jednu}$$

jednotku ve směru záporné poloosy  $x$  a o dvě jednotky ve směru kladné poloosy  $y$ .

